Урок изучения нового материала

**Тема:** Формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса вписанной окружности.

**Цель:** выработать у обучающихся умение выводить формулы, связывающие радиус описанной окружности и радиус вписанной окружности со стороной *а* правильного *n*-угольника.

**Задачи:** - научить обучающихся получать формулы для вычисления стороны $a\_{n}$ правильного многоугольника через *R* и *r* радиусы описанной и вписанной окружностей; конкретизировать их для случая *n*= 3; *n*= 4; *n*= 6;

- выработать навыки применения полученных знаний при решении задач;

- развивать наблюдательность, логическое мышление, математическую речь, навыки самоконтроля, познавательный интерес к предмету;

- воспитывать коммуникативную культуру обучающихся, навыки коллективной деятельности, сотрудничества.

Ход урока

**I. Мобилизующее начало**

**II. Проверка домашнего задания:**

1. Проверить решение домашних номеров №1081, №1084 (выяснить непонятные вопросы, разобрать решение задания, вызвавшего затруднение обучающихся)
2. Актуализация опорных знаний (фронтальный опрос):

- Какая формула используется для вычисления суммы углов выпуклого *n*-угольника?

( (*n*-2)1800).

- Запишите на доске формулу для вычисления угла правильного *n*-угольника.

($∝=\frac{(n-2)∙180^{0}}{n}$)

- Сформулируйте следствия из теорем о вписанной в правильный многоугольник и описанной около правильного многоугольника окружностях;

(1. Окружность, вписанная в правильный многоугольник, касается сторон многоугольника в их серединах; 2. Центр окружности, описанной около правильного многоугольника, совпадает с центром окружности, вписанной в тот же многоугольник)

- В какой точке находится центр правильного многоугольника? (точка – центр окружности, описанной и вписанной в многоугольник).

Итог: И так, ребята, какие темы мы сейчас повторили? (Правильный многоугольник. Окружность, описанная около правильного многоугольника; окружность, вписанная в правильный многоугольник).

**III. Устная работа** (решение задач блока «Геометрия» ОГЭ слайды 1-6 презентации)

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1х1 изображен треугольник. Найдите его площадь. (*S*=1/2∙8∙4=16)
2. Периметр квадрата равен 44. Найдите площадь этого квадрата (*а*=11, *S*=121).
3. В треугольнике *АВС* известно, что *АС*=6, *ВС*=8, угол *С*=900. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности ( центр лежит на середине гипотенузы, значит *R*=5)
4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1х1 изображена трапеция. Найдите ее площадь (*S*=(3+7)/2∙3=15)
5. Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке (*S*=(3+2)∙4=20)
6. В правильный 6-угольник вписана окружность радиуса 9 см. Найдите площадь шестиугольника. (Проблемная задача)

- Ребята, достаточно ли у нас знаний, чтобы сразу вычислить *S* правильного 6-угольника? (Нет)

- Сегодня на уроке мы с вами выведем формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса, вписанной в него окружности.

**IV. Постановка цели и задач урока**

Тема урока: Формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса вписанной окружности.

- Какова цель нашего урока? (Вывести данные формулы)

- А какие задачи мы поставим перед собой? (Не только вывести формулы, но и уметь применять их при решении задач).

**V. Объяснение нового материала**

Вывод формул показывает на доске учитель с опорой на знания обучающихся. (рис. на слайде 7) На доске и в тетрадях запись:

*S –* площадь правильного *n*-угольника; $a\_{n}$- сторона , *Р* – периметр; *R –*радиус описанной окружности, *r* – радиус вписанной окружности.

1. Докажем, что $s=\frac{1}{2}πr. $

На рис. т. О соединили с вершинами *n*-угольника

- Скажите на какие фигуры разбился *n*-угольник? (Какие эти треугольники между собой?)

- Чем является радиус $OH\_{n}$ вписанной окружности для $∆A\_{1}OA\_{n}$?

- Как найти *S*$ ∆A\_{1}OA\_{n}$? ($S=\frac{1}{2}a\_{n}∙r$)

- Как тогда вычислить *S n*-угольника? ($S\_{n}=\frac{1}{2}a\_{n}∙r∙n=\frac{1}{2}\left(a\_{n}∙n\right)∙r=\frac{1}{2}P∙r$)

Итог: $S\_{n}=\frac{1}{2}P∙r$ - формула для вычисления площади правильного *n*-угольника

1. Выведем формулы: $a\_{n}=2R\sin(\frac{180^{0}}{n});$ $r=R\cos(\frac{180^{0}}{n}).$

Рассмотрим прямоугольный $∆A\_{1}H\_{1}O$: $∠A\_{1}=\frac{\left(n-2\right)∙180^{0}}{2n}= \frac{\left(n-2\right)∙90^{0}}{n}=\frac{90^{0}n-180^{0}}{n}=90^{0}-\frac{180^{0}}{n}=> a\_{n}=2A\_{1}H\_{1}, \cos(∠A\_{1}=\frac{A\_{1}H\_{1}}{OA\_{1}}=>A\_{1}H\_{1}=R\cos(∠H\_{1}A\_{1}O=> a\_{n}=2R\cos(\left(90^{0}-\frac{180^{0}}{n}\right)=> )))a\_{n}=2R\sin(\frac{180^{0}}{n})$. Таким образом, мы выразили сторону многоугольника через радиус описанной окружности.

1. $r=OH\_{1}=>\sin(∠H\_{1}A\_{1}O=\frac{OH\_{1}}{OA\_{1}}=>OH\_{1}=OA\_{1}\sin(∠H\_{1}A\_{1}O;) r=R\sin(\left(90^{0}-\frac{180^{0}}{n}\right)=R\cos(\frac{180^{0}}{n}).))$

Итак, давайте подведем итоги:

- По какой формуле мы будем вычислять *S* правильного многоугольника? ($S\_{n}=\frac{1}{2}P∙r)$

- По какой формуле мы будем вычислять сторону правильного многоугольника?

 ($a\_{n}=2R\sin(\frac{180^{0}}{n}))$

- радиус окружности, вписанной в правильный многоугольник? ($r=R\cos(\frac{180^{0}}{n})$)

4. А теперь получим формулы для вычисления сторон правильного треугольника, правильного четырехугольника и правильного 6-угольника:

Обучающиеся самостоятельно выводят формулы стороны правильного 3-угольника, правильного 4-угольника и правильного 6-угольника.

$$a\_{3}=2R\sin(60^{0}=2R\frac{\sqrt{3}}{2}=R\sqrt{3})$$

$$a\_{4}=2R\sin(45^{0}=2R\frac{\sqrt{2}}{2}=R\sqrt{2})$$

$$a\_{6}=2R\sin(30^{0}=2R\frac{1}{2}=R)$$

Итог: Итак, мы вывели формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса вписанной окружности. Эти формулы нам необходимы для решения заданий не только ОГЭ, но и в будущем для успешной сдачи ЕГЭ по математике.

**VI. Закрепление изученного материала**

1. Работа с проблемной задачей. Это задание №1094(в)

$S=\frac{1}{2}P∙r$ *r* = 9см, *Р* = 6∙$a\_{6}$ $a\_{6}=R, $ $r=R\cos(\frac{180^{0}}{6})$ $=>R=r÷\cos(30^{0})=6\sqrt{3}$

$$a\_{6}=6\sqrt{3}=>P=36\sqrt{3}=>S=\frac{1}{2}∙36\sqrt{3}∙9=162\sqrt{3}.$$

Ответ: $162\sqrt{3}$.

1. Решить задачу №1089

- Квадрат вписан в окружность. Что нужно знать для определения стороны квадрата? (Для определения стороны квадрата нужно знать радиус описанной около него окружности)

- Как по известному периметру треугольника можно определить радиус описанной около него окружности? (Найдем сторону треугольника, а затем используя формулу $a\_{3}=R\sqrt{3}$ найдем $R=\frac{a\_{3}}{\sqrt{3}})$

Далее обучающиеся самостоятельно записывают решение задачи

$$a\_{3}=P:3=18:3=6; R=\frac{6}{\sqrt{3}}; a\_{4}=R∙\sqrt{2}=\frac{6}{\sqrt{3}}∙\sqrt{2}=2\sqrt{6}.$$

*Ответ:* $2\sqrt{6}$

**VII. Итоги урока**

- Какую цель мы ставили перед собой на уроке?

- Достигли мы поставленной цели? Назовите формулы, полученные на уроке.

Выставление оценок обучающимся.

**Домашнее задание:** п.108 (выучить формулы) №1087, №1094(а).